***§ 6***. ***Реальные газы***

При решении задач этого раздела используются данные  
таблиц 3,6.7,8,10 из приложения, кроме того, следует учесть  
указание к § 5. В задаче 6.8 дан авторский вариант решения.

1. В каких единицах системы СИ выражаются постоянные  
   а **и** b, входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса?

Решение:

Достоянные а и b из уравнения Ван-дер-Ваальса выра-

27*т~х R*

жаются соотношениями а = - : Ъ ~ ——. Подставив

64 рк 8 рк

'Единицы измерения величин, входящих в данные

Я

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| уравнения, получим [< | ']= | Па -м3 \*> | ;[\*]= |
|  |  | моль' |  |

м

моль

1. Пользуясь данными о критических величинах Тк и ркщя некоторых газов (смотри таблицу), найти для шгх посто-  
   янные а и b , входящие в уравнение Ван-дер-Ваальса.

Решение:

•V-

Постоянные а и b из уравнения Ван-дер-Ваальса выра-

*21T;R2 , Т R*

жаются соотношениями а- ь ; о = . Восполь-

64 рк 8рк

зовавшись данными о критических величинах Тк и рк из  
таблицы 7, составим следующую таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вещество | а. Па мкмоль' | b . 10 5 м’/моль |
| Водяной пар | 0.556 | 3.06 |
| Углекислый газ | 0.364 | 4.26 |
| Кислород | 0.136 | 3,16 |
| Аргон | 0.136 | 3,22 |
| Азот | 0.136 | 3.85 |
| Водород | 0.0244 | 2.63 |
| Гелий | 0.00343 | 2.34 |

1. Какую температуру Т имеет масса m = 2 г азота, занима-  
   ющего объем К = 820 смJ при давлении р- 0,2 МПа? Газ рас-  
   сматривать как: а) идеальный; б) реальный.

Решение:

а) Идеальные газы подчиняются уравнению Менделе'

ева — Клапейрона pV =~RT, откуда Т280К.

*jii mR*

б) Реальные газы подчиняются уравнению Ван-дер-Вааль-

/ -> \/ \  
| nr a ш '

са р + —— v Ь

*m*

\

V

- **—** RT**, следовательно, температу -**И

**pa** Т **=**

*JL*

*mR*

*г*

2 V  
**///** a **u**

*Р + —* 77Т

*V- — b*

V

*{Г у-)*

v Р

- **280 К. Таким образом.**

при данном давлении газ ведет сеоя как идеальный.

**= 277 К. Если рассматривать газ**

1. Какую температуру Т имеет масса m = 3,5 г кислорода  
   занимающего объем V = 90 см° при давлении р- 2,8 МПа? Газ  
   рассматривать как: а) идеальный; б) реальный.

Решение:

Если рассматривать кислород в данных условиях как  
идеальный газ, то его состояние описывается уравнением

Менделеева — Клапейрона: pV = ~RT, откуда Т = **—^** ,

*р mR*

1. **032-2,8-106-90 10~63,5-10"3 -8,31**

как реальный, то его состояние описывается уравнением

**Ван-дер-Ваальса:**

*Р +*

/г *V-)*

*V- — b*

*р )*

**—** RT. **Восполь-**Р

зовавшись полученными в задаче 6.2 константами а и b  
выразим из последнего уравнения температур)

*T = n{jy* + {n?/n%a/V*2*)\v-bm/M) Подставляя в полу.  
*mR*

1. Масса т = 10 г гелия занимает объем V = 100 см3 при дав-  
   лении р- 100 МПа. Найти температуру Т газа, считая его:

ченное выражение числовые данные,  
,л6 3,52 -10“\* 0,136 1

найдем

0,032

Г =

/

2,8-10° +

0,0322 90-10

-12

3,5-Ю^-8,31

90-10'6 - —^ 10 3,16-10~50,032

3,5-10-3-8,31

*)*

= 285,7 К.

а) идеальным; б) реальным.

Решение:

Идеальный газ подчиняется уравнению Менделеева — Кла-  
пейрона: pV = — RT, откуда Т = HEY-; j - 482 К.

*р mR*

Состояние реального газа описывается уравнением  
Ван-дер-Ваальса, откуда выразим температуру

*p[p + {m2 /p2){a/V2\v-Ът//л)*

Г = £-Л£-—\* -—^^ — (см. задачу 6.4).

*mR*

Значения постоянных а и Ъ были получены в задаче 6.2.  
Подставив числовые данные, найдем Т = 204 К.

1. Количество v = 1 кмоль углекислого газа находится при  
   .температуре г = 100° С. Найти давление р газа, считая его:

а) реальным; б) идеальным. Задачу решить для объемов Vt = 1 м3и V2 = 0,05 м3.

Решение:

а) Для реального газа, согласно уравнению Ван-дер-Вааль-  
са, (p + v2-^r [V - vb) = vRT , откуда p = V^—— у2 ~. В  
{ V J V-vb V2

таблице из задачи 6.2 найдем для углекислого газа:

333

а = 0,364 Пам6/моль2 ; b = 4,26 • 10'5 м'Умоль. Подставив  
числовые данные, получим /?, = 2,87 МПа ; р2 = 277 МПа.

б) Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона

*vRT*

pV = vRT, откуда /? = —р-. Подставив числовые данные,  
получим р] = 3,09 МПа ; р2 =61,8 МПа.

1. В закрытом сосуде объемом V = 0,5 м'’ находится коли-  
   чество v = 0,6 кмоль углекислого газа при давлении р = 3 МПа.

Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз  
надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось  
вдвое.

Решение:

Из уравнения Ван-дер- вальса 7] =

*JL*

*mR*

*Р +*

*К V*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| (v-Zb' |  | 3.  II |
| К М ) |  | mR ( |

2р +

*р2 V2*

V

*V-—b*

*V )*

(см. задач}

V

6.3). Тогда TlJhElb., — - ‘'VT

. где р, = —у; -^ = 1,85.  
Т\ Р + Р, V Т{

1. Количество v = 1 кмоль кислорода находится при темпе-  
   ратуре t - 27° С и давлении /7 = 10 МПа. Найти объем V газа,

считая, что кислород при данных условиях ведет себя как реаль-  
ный газ.

Решение:

Чтобы найти объем из уравнения Ван-дер-Ваальса, необхо-  
димо решить уравнение третьей степени. В результате мы  
получили бы три корня, один из которых соответствует  
газообразному состоянию вещества. Его можно найти бо-  
лее простым методом последовательных приближений. Из  
уравнения Ван-дер-Ваальса для некоторого количества v

т, *vRT* , *vRT*

кислорода имеем V 5 г\* л-\Ь- + vb — (1).

*p + v a/V* ***P + Pi***

качестве первого приближения возьмем объем,  
получаемый из уравнения Менделеева — Клапейрона

*пТ 2*

У\ = —— = 0,24 м[[1]](#footnote-2). Тогда р, = = 2,4 МПа. Подставляя

Р К

pt в (1), получим второе приближение V2 = 0,232 м. Тогда

Pi = —г - 2,53 МПа, откуда третье приближение

Л

К)

Уъ = 0,231 м\ Далее - = 2,55 МПа; V4 = 0,231 м3. Га-

•>

*v~a*

К3

Ким образом, искомый объем V = 231 л.

1. Количество v = 1 кмоль азота находится при температуре  
   \* = 27° С и давлении /; = 5МПа. Найти объем V газа, считая,  
   что азот при данных условиях ведет себя как реальный газ.

Решение:

Решая задачу аналогично задаче 6.8, найдем V = 490 л

1. Найти эффективный диаметр а молекулы кислорода,  
   считая известными для кислорода критические значения **Тк** и

*Рк-*

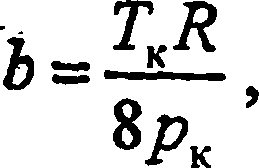
b да 4F, где V — объем всех молекул,  
где V0 — объем одной молекулы, и, кроме того,

Решение:

Поскольку

*У-у&к,*

то



4^А =

***м***

*8Р«*

Отсюда

*К =*

32ЛаЛ

**4 з 1 з I 3RT. 1Л-р**

=-~7ir =—ла . Отсюда а = з ь— ; сг = 294 -10 м.

1. Найти эффективный диаметр а молекулы азота двумяспособами: а) по данному значению средней длины свободного  
   пробега молекул при нормальных условиях Л -95 нм; б) по  
   известному значению постоянной Ъ в уравнении Ван-дер-Ва.  
   альса.

Решение:

а) Средняя длина свободного пробега молекул (см. заделу  
кТ 2 кТ

5.120) Л =

*урЛкст2*

, следовательно, <7 =

Тогда

*Р*

o-=i-j=—j ; <т = 298-10 12 м. б) Постоянная Ван-дер-Ва-

*кТ*

альса Ъ, вычисленная по формуле Ъ ~~NКкаъ, откуда

ЪЪ 3 b 12

<т = . Тогда <7 = ; сг = 313 -10 м.

2 *ttN*

л

2 *ttN*

**А**

1. Найти среднюю длину свободного пробега Л молекул  
   углекислого газа при нормальных условиях. Эффективный диа-  
   метр <7 молекулы вычислить, считая известными для угле-  
   кислого газа критические значения ТК и рК.

Решение:

Критическое давление и критическая температур^ ео-

а ... т 8 а

ответственно равны: /?.. = 7 — (1) и Г. = (Л

F к *21b1 21bR*

лл /14 очг.2 т 8 • 21b1 р Щ\

Из (1) а~21Ь рК, подставим в (2) 7\ = — =—--

к *27 bR R*

Тогда постоянная Ван-дер-Ваальса b =  
диаметр молекулы (см.

*TR*

К

«А

задачу

. Эффективный  
6.11(h)

з ь

<7=3

з TtR

3 *Т..к*

*2 ttN,*

'•НИ

. Тогда средняя длина

кТ

■У2яр(ЗГк\*/(16лрк))1

Я = 80 нм.

1. Найти коэффициент диффузии D гелия при темпе-  
   ратуре / = 17° С и давлении р = 150 КПа. Эффективный диаметр

атома а вычислить, считая известными для гелия критические  
значения ТК и рк.

Решение:

Средняя длина свободного пробега молекул (см. задачу

*кТ*

6.12 ) Я = Коэффициент диффузии

*■s/2<q)(2TKk /{\6ярК))~*

свободного пробега молекул газа

Л =

*кТ*

*Лттст2 р*

л 1-3 - \ШГ

**2Э = -уЯ, где** v — .I **-**

3 \ пр

скорость молекул гелия. Тогда коэффициент диффузии

' *кТ*

средняя арифметическая

*D-im.* г

3 V ^ *42щ>{ЪТКк/{\6щ>К)У.*

D и 3.5 • 10-5 м~/с.

1. Построить изотермы р = /(г) лля количества  
   у = 1кмоль углекислого газа при температуре t- 0°С. Газ рас-  
   сматривать как: а) идеальный; б) реальный. Значения V  
   (в л/моль) для реального газа взять следующие: 0,07, 0,08, 0,10,  
   0,12, 0,14, 0,16, 0,18, 0,20, 0,25, 0,30, 0,35 и 0,40; для идеального  
   газа — в интервале 0,2 < V < 0,4 л/моль.

Решение:

а) Для идеального газа, исходя из уравнения Менделе-  
ева— Клапейрона, имеем pV = vRT, отсюда Р = —^г~-

б) Для реального газа из уравнения Ван-дер-Ваальса

337

*f 2 а* У

*p+yr?*

*V- — b*

/' )

V

■Qrji *2* Cl *' vRT*

= vRT имеем p + v —T =

*V2 V-vb*

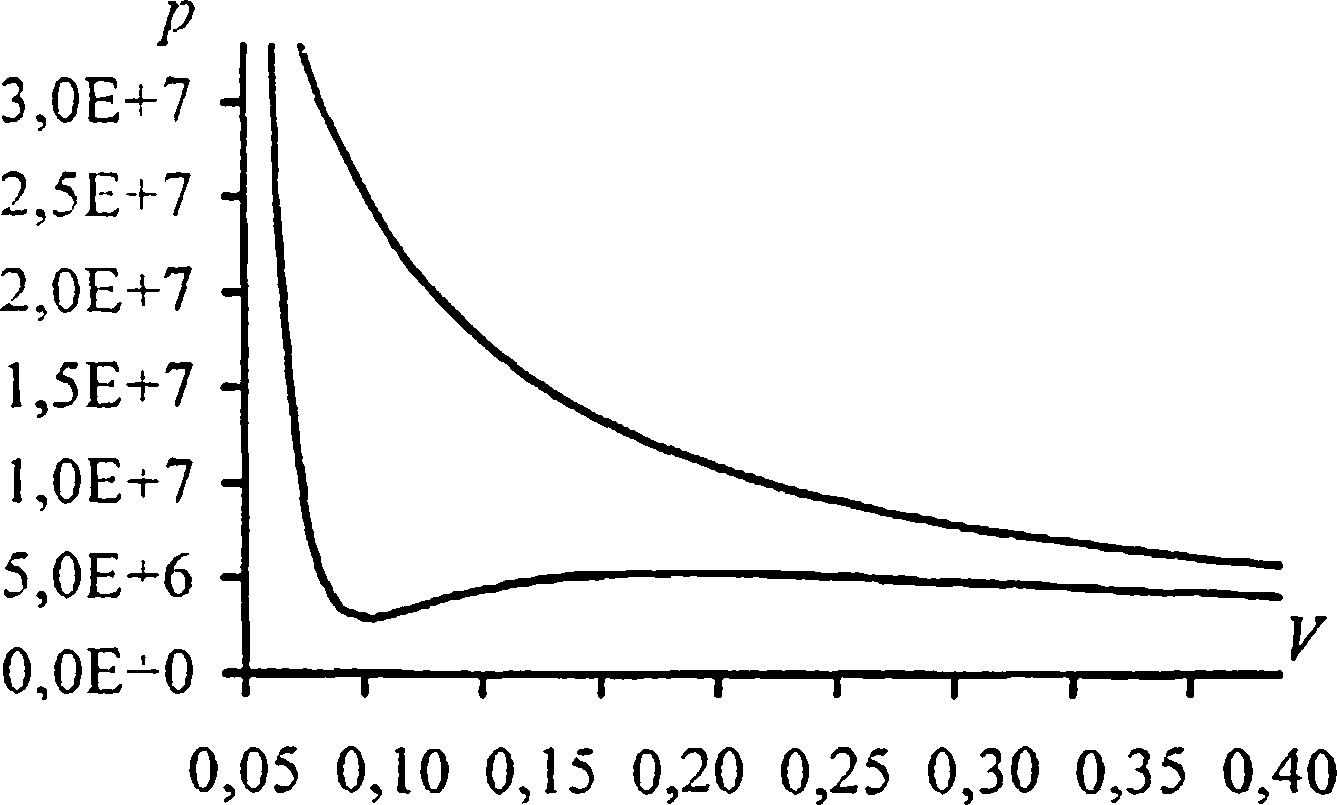
ИЛИ

——-—v2 . Зависимость /?(V) дана в таблицах и

*p =*

*V-vb V~*

на графике, где верхняя изотерма соответствует идеаль-  
ному газу, нижняя — реальному.



Для реального газа:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| V,  л/моль | 0,07 | 0.08 | 0,09 | 0.10 | 0.12 | 0,14 | 0.16 | 0.18 | 0.20 | 0,25 | 0.30 | 0.35 | 0.4 |
| /МО4  Па | 85.1 | 37.8 | 29.2 | 31,2 | 40.3 | 47.2 | 51,1 | 52,8 | 53,1 | 51,1 | 47,7 | 44,1 | 40. |

Для идеального газа:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| /;  л/.чоль | 0.20 | 0.22 | 0,23 | 0,25 | 0.27 | 0.28 | 0,30 | 0,32 | 0,33 | 0.35 | 0,37 | 0,38 | Ом |
| Р.104  Па | 85.1 | 37.8 | 29,2 | 31,2 | 40,3 | 47,2 | 51.1 | 52,8 | 53,1 | 51,1 | 47,7 | 44,1 | 40.7 |

1. Найти давление обусловленное силами взаимо-  
   действия молекул, заключенных в количестве v = 1 кмоль газа  
   при нормальных условиях. Критическая температура и крити-  
   ческое давление этого газа равны Тк = 417 К и рк= 1,1 МПа.

решение:

та ■> а

Давление, обусловленное силами взаимодействия молекул

— постоянная Ван-

*21T-R1*

*Pi=--^2=v~-*7Г» W *<>= АЛfi V V* 64рк

*21v2T2R2*

дер-Ваальса. Тогда р, . Из уравнения Менде-

64 рГ

леева — Клапейрона pV = vRT выразим объем V =

*vRT*

тогда

*V2 =*

2 п2т\*\*2

*v к Т*

следовательно, окончательно

*Р'*

*\_ 21v-T;R'pz* . *21Т2р2* . \_

А *64рУ^-Тг 64pJ2* ’ *Р' ’*

1. Для водорода силы взаимодействия между молекулами  
   незначительны; преимущественную роль играют собственные  
   размеры молекул. Написать уравнение состояния такого полу-  
   идеального газа. Какую ошибку мы допустим при нахождении  
   количества водорода v, находящегося в некотором объеме при  
   температуре t = 0° С и давлении р = 280 МПа, не учитывая  
   собственного объема молекул?

Решение:

Поскольку силы взаимодействия между молекулами водо-  
рода незначительны, то в уравнении Ван-дер-Ваальса мож-  
но? не учитывать параметр pt. Уравнение такого газа будет

*( m лV-—b*

V

= — RT —(1). Количество v водо-  
М

рода без учета собственного объема молекул можно найти

*pV*

из уравнения Менделеева — Клапейрона: v = — (2). С

иметь вид р

*М )*

учетом собственного объема молекул из уравнения (1)

„ *V — V*

b = . Подставляя в последнее уравнение (2) и (3), по-

*V*

лучим S = ; 8 = 0,33 = 33%.

*RT*

1. В сосуде объемом V -10 л находится масса т = 0,25 кг  
   азота при температуре t = 27° С. Какую часть давления газа со-  
   ставляет давление, обусловленное силами взаимодействия моле-  
   кул? Какую часть объема сосуда составляет собственный объем  
   молекул?

Решение:

Давление, обу словленное силами взаимодействия молекул  
р, Из уравнения Менделеева — Клапейрона

т, т \_ \_ т RT р. т a ju V

pV = — RT имеем р = —, тогда — = -5--^—— =

*jli ju* V р р V т RT

= — а—\ — = 4,9%. Собственный объем молекул най-  
р VRT р

дем, воспользовавшись постоянной Ъ Ван-дер-Ваальса.  
равной учетверенному объему молекул, содержащихся в  
одном моле реального газа. В уравнении Ван-дер-Ваальса

(V -vb) = vRT поправка vb означает учетве-

2 А  
*v а*

*р + —т  
V2*

*RT* + *pb*

V\*' /•

vi\uvmaA ишииКЦ

ренный объем молекул всего газа, т.е. vb = 4Vt. От  
vb m . V; \_ mb

*V ~~4pV ’*

сюда

или

*m*

*V. =—Ъ*

' л ’

4//

тогда — =

0,25-3,85-10~sV 4 0,028-10'2340

= 0,85%.

1. Количество v = 0.5 кмоль некоторого газа занимает объ-  
   ем К, = 1 При расширении газа до объема V2 = 1.2 м3 была

совершена работа против сил взаимодействия молекул  
А = 5,684 кДж. Найти постоянную а, входящую в уравнение  
Ван-дер-Ваальса.

Решение:

Работа, совершенная против сил взаимодействия мо-

IS

лекул, А=\Р'С1У\ где р, = . Таким образом,

г.

2 \_ V2 jt/ 2 \_ ( , , \

а т а

*г* • *v-*

1 1

*пГа(У2* -К,)

***Уг) M-vxv2***

, откуда выра-

Ap2VxV., AV\V, П1\_\_ б/

зим а = —т ^ ^———г = 0,136 Па м /моль".

т(к,-Г,) v'(K, -К,)

1. Масса /;? = 20 кг азота адиабатически расширяется в  
   вакуум от объема \\ = 1 mj до объема V2 = 1 м3. Найти понижение

температуры А Г при этом расширении, считая известной для  
азота постоянную а, входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса  
(смотри ответ 6.2).

Решение:

Работа газа при адиабатическом расширении А = -х

*Г-1*

R т ( ч R  
; А= г—(7]-Г2) = -х

Г-1/' г-1

*т*

х—

*Т*

1-^

Г,

*RTX m* 7j*-Т2Г-\р Т]*

у w лт *i + 2 ^*

x—ДУ , где у = показатель адиаоаты, тогда у -1 =

V /

\_/ + 2 / 2 „ iRm

. следовательно, раоота .4= ДГ — (1).

1. *i i 2 ц*

С другой стороны, работа, совершенная против сил вза-

1. Количества v ■- 0,5 кмоль трехатомного газа ад  
   тически расширяется в вакуум от объема Vt = 0,5 м-' до о:  
   V2 = 3 м \ Температу ра газа при этом понижается на АТ = К.  
   Найти постоянную г/. входящую в уравнение Ван-дер-Ваал

‘ба-

сма

**J К.**

**- . f** n/ nra

**имодеиствия молекул,** A - ptaV**, где** p**, =——т, зш**

*A*

*\_\_ nra lfdV \_ nra*

1 1

•ИТ5

г

1 • к.

**■-•ав-**

•}да

*m-a(V2-Vx)*

РУМ

(2).

2 *l V2*

*\v> vu*

**в (1) и (2) левые части равны, то можно пр**

*iRm m2a(V2-V])*

*и*

**пять и правые части, тогда — —** АТ =

&Т **= :** АТ **= 2.33 К.**

*iRjuVtV2 '*

**Решение:**

**Понижение температуры при расширении (см. задачч 6**2та(Г2-У1)\_ 2m(V, -У,)  
iRfjVtV2 ~ iRVfc  
**число степеней свободы / = 6. Следовательно, постоя:**

АТ **=**

**. Т. к. газ трехатомныГ**

■19)

. го  
:лая

*ATiRV{K* ^ б/

**Ван-дер-Ваальса** а **=**

■ ; а = 0.о64Пам /моль .

1. Какое давление надо приложить, чтобы углекие  
   газ превратить в жидкую углекислоту при темпера;  
   /,=31° С и **£,=50°С?** Какой наибольший объем VnhlY мг  
   занимать масса т **= 1** кг жидкой углекислоты? **К.;;**наибольшее давление ртдх насыщенного пара ж и.:  
   углекислоты?

лый  
**. у ах  
•\-ет**

V .’30  
[,.ОП

342

**решение:**

Температура ^=31° С — критическая температура  
углекислого газа, тогда необходимое давление  
р-рк = 7,38 МПа. Поскольку температура t2 больше  
критической температуры, то ни при каком давлении  
нельзя превратить углекислый газ в жидкую кислоту.

з ь

Наибольший объем Vmux -— = 2,9 л: наибольшее давление

*И*

Ртах - Рк~ 7,38 МПа.

1. Найти плотность рк водяного пара в критическом со-  
   стоянии, считая известной для него постоянную b , входящую в  
   уравнение Ван-дер-Ваальса ( смотри ответ 6.2).

Решение:

Критический молярный объем водяного пара К0к = 3b. То-  
гда критическая плотность рк = = —; рк = 196 кг/м3.

^ок 3 Ь

1. Найти плотность рк гелия в критическом состоянии,  
   считая известными для гелия критические значения Гк и рк.

Решение:

Критическая плотность реального газа (см. задачу 6.22)

*и Т R*

п Постоянная Ван-дер-Ваальса Ь = ——, тогда

з ъ 8Л

рк = **56,77** кг/м3.

3 *TKR*

1. Количество v = 1 кмоль кислорода занимает объем  
   У = 56 л при давлении р = 93МПа. Найти температуру t газа,  
   пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса.

Решение:

с Р /'

Если ввести приведенные величины я = — ; г = —~ •

*Рк Т.* !

со=-^~, то приведенное уравнение Ван-дер-Ваальса д

1**Я**

*(*

одного моля имеет вид

\( 3 ^

г = —  
8

**Я** Ч :

V ***а1')***

к +

(Зд>-1)=8г, отку

да

*\ со j*

(Зш-l). Найдем приведенные величины:

приведенный молярный объем со = , где V0 = ~;

*V,*

Ок

V0 = 0,56• 10 4 м3/моль и У0к - ЪЬ- —K'v ; V0 = 9,5• 10 '

***ЗТЯ***

м3/моль, тогда со- 0,59; приведенное давление

я = — = 18,4. Тогда г = 2,6 и. следовательно.

Рк

Т = тТк = 400 К.

1. Количество v =1 кмоль гелия занимает объем  
   V - 0,237 mj при температуре t - -200° С, Найти давление

газа, пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса в приведенных  
величинах.

Решение:

Если ввести приведенные величины /г= —; г = —;

Рк Тк

*К*

со = -~±-, то приведенное уравнение Ван-дер-Ваальса для

*Vok*

одного моля имеет вид

**Я** +—:

V *со")*

(ЗбУ-1)=8г, откуда

величины: приведенная температура г =—; г = 14,03;

*„ Г- К* т/ *V*

*Т*

приведенный молярный ооъем со- ——, где К= —;

*К.. v*

0к

3^

F0 = 2,37 • 10 4 м7моль и VQ.K=3b =

FOK=7,05x

/г+

*сог Зсо*

8г 8г 3 тт „

или я = ^. Найдем приведенные

*Зсо-\ со'*

х10~5м7моль, тогда бУ = 3,36. Следовательно, приведенное  
давление я-= 12.09. Окончательно давление газа р-ярк;  
/> = 2,78 МПа.

1. Во сколько раз давление газа больше его критического  
   давления, если известно, что его объем и температура вдвое  
   больше критических значений этих величин?

Решение:

По условию г = 2, со = 2 . Исходя из приведенного  
уравнения Ван-дер-Ваальса для одного моля, приведенное

давление (см. задачу 6.25) я =

8г

*Зсо* -1 *со'*

; я - 2,45

1. 6 v 16^аЛ [↑](#footnote-ref-2)